

**Fach / Thema:**

Mathematik

**Bildungsgang gem. APO-BK nach Anlage:**

C1

**Bezeichnung der Bildungsgänge lt. Studentafel:**

Staatlich geprüfte(r) informationstechnische(r)

Assistent(in) und Fachhochschulreife

**Fachlicher Schwerpunkt:**

Anwendungsentwicklung

**Vorgesehene Hilfsmittel:**

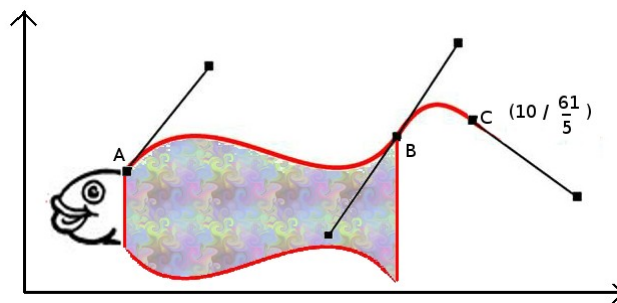
nicht progr.-barer Taschenrechner, Kopie Tabellenbuch (Anlage)

## 1. Aufgabe $\sum_1 = 38$

Mathematisch beschriebene Grafiken lassen sich gut skalieren. Setzt man ein Logo aus grafischen Primitiven wie Linien, Kurven, Kreisen und Polygonen zusammen, kann man es anschließend auf einen Briefkopf wie auch mannshoch auf ein Transparent drucken lassen, ohne die Grafikdatei anpassen zu müssen.

Das liegt daran, dass eine Vektorgrafik-Datei kein fertiges Bild enthält sondern lediglich mathematische Bauanleitungen. Die einzelnen Bildpunkte werden berechnet, statt sie aus einer Bitmap - Datei zu laden. Ein einzelner Linienzug zwischen zwei Punkten wird durch eine kubische Bezierkurve (d.h. Funktionsgleichung 3.Grades) interpoliert.

Während der Entwicklung eines Vektorprogramms ist es ihre Aufgabe manuell einzelne Ergebnisse als Korrekturwerte zu berechnen



**Bearbeite die folgenden Aufgaben**

1. Wie lautet die Funktionsgleichung der Bezierkurve  $p_1(x)$  zwischen  $A(4/\frac{33}{5})$  und  $B(9/\frac{33}{5})$  ?

Dabei kann angenommen werden, dass die für die Steigungen bei A und B gilt  $p'_1(4)=1$  und  $p'_1(9)=\frac{3}{2}$ .

Kontrollergebnis:  $p_1(x) = \frac{1}{10}x^3 - \frac{19}{10}x^2 + \frac{57}{5}x - 15$

2. Die Funktion durch die Punkte B und C ist gegeben durch  $p_2(x) = -2x^2 + \frac{75}{2}x - \frac{1689}{10}$ .

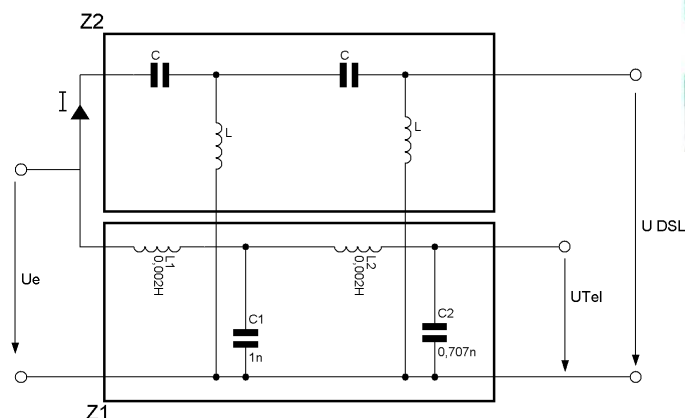
Welche Steigung liegt an den Punkten B und C vor?

3. Überprüfe mathematisch, ob die die beiden Linienzüge auch stetig ineinander übergehen (B gehört zu  $p_1(x)$ ).
4. An welchem Punkt wechselt der Bogen des Körpers von einer Rechts- in eine Linkskurve?
5. Wenn man davon ausgeht, dass die Funktion  $p_3(x) = -p_1(x) + 11$  (untere Begrenzung des Körpers) ist, wie groß ist dann der Flächeninhalt des kompletten Körpers (zwischen A und B) des Fisches?

## 2. Aufgabe $\sum_2 = 28$

Der übliche Internet-Anschluss in Privathaushalten läuft über die Telefon-Verkabelung. Um die Daten von den Telefongesprächen zu trennen wird ein Splitter verwendet. Die Rufwechselspannung beträgt dabei 60V und bei näherer Betrachtung des Splitters fällt auf, dass sich jeweils ein Tief- und ein Hochpass-Filter darin befinden.

Die Telefongespräche werden dabei auf einer Träger-Frequenz von 80 kHz übertragen.



Gegeben:  $L_1 = 0,002 H$ ,  $L_2 = 0,002 H$ ,  $C_1 = 1 nF$ ,  $C_2 = 7,07 nF$

**Aufgabenstellung siehe nächste Seite**

**Fach / Thema:**

Mathematik

**Bildungsgang gem. APO-BK nach Anlage:**

C1

**Bezeichnung der Bildungsgänge lt. Stundentafel:**

Staatlich geprüfte(r) informationstechnische(r)  
Assistent(in) und Fachhochschulreife

**Fachlicher Schwerpunkt:**

Anwendungsentwicklung

**Vorgesehene Hilfsmittel:**

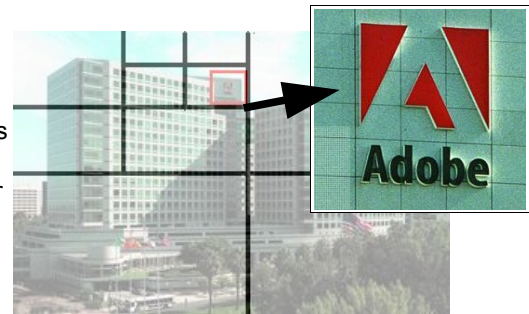
nicht progr.-barer Taschenrechner, Kopie Tabellenbuch (Anlage)

**Bearbeiten Sie die folgenden Aufgaben:**

1. Berechnen Sie  $X_{L_1}$ ,  $X_{L_2}$  und  $X_{C_1}$ ,  $X_{C_2}$  bei der gegebenen Frequenz.
2. Berechnen Sie den Scheinwiderstand  $Z_1$  mit komplexer Rechnung.  
(Kontrollergebnis:  $Z_1 = 0 \Omega + j \cdot 2143,33 \Omega$ )
3. Sie sollen die Schaltung überprüfen und werden gebeten, den Strom im oberen Ast zu berechnen. Ein Kollege hat bereits den komplexen Widerstand für den oberen Ast berechnet:  $Z_2 = 4718,81 \Omega \cdot e^{j51,17^\circ}$   
Stelle den Wert  $I$  in allen drei verschiedenen Darstellungsformen mit Angabe der Umformungsschritte dar.
4. Wie groß ist die Phasenverschiebung zwischen dem Strom  $I$  und der Spannung  $U_e$  ?

### 3. Aufgabe $\sum_3 = 32$

Aktuelle Digitalkameras lösen im Schnitt 12 Megapixel auf. Das technisch Machbare geht aber weit darüber hinaus. Aktuelle Chips wie der CCD-Sensor eines kanadischen Halbleiterproduzenten, lösen 100 Megapixel und mehr auf. Übliche Bildbetrachter sind nicht in der Lage solche Dateien zu öffnen, obwohl bei gängiger Komprimierung pro Megapixel nur 150 Kilobyte benötigt wird. Ein von Adobes Forschungsabteilung entwickelter Viewer beschleunigt die Anzeige solcher Fotos drastisch. Das Prinzip beruht darauf ein Bild zu kacheln und nur einzelne Teile des Bildes in den Arbeitsspeicher zu laden.



#### a) Bearbeite die folgenden Aufgaben

Im ersten Schritt wird das Bild vom Bild-Mittelpunkt aus in vier Segmente zerlegt. Wenn der Benutzer an eine beliebige Stelle klickt, wird die entsprechende Kachel erneut in vier Kacheln zerlegt und so weiter

1. Wie lautet das Bildungsgesetz einer Folge, die den Zusammenhang zwischen Anzahl Segmente und Anzahl Klicks darstellt? (Ersatzweise:  $a_n = 4^{(n-1)}$ )
2. Wieviele Segmente hat man nach drei, sechs, acht Klicks?
3. Stelle den Zusammenhang grafisch dar.
4. Begründe mathematisch, ob die Folge aus 1. geometrisch oder arithmetisch ist.
5. Wieviel Speicher muss insgesamt nach sechs Klicks zur Verfügung stehen, wenn pro Segment eine 2-Megapixel – Auflösung angenommen wird und alle Segmente im Speicher bleiben?
6. Pro Segment dauert die Berechnung in Echtzeit 0,000008 Gigaflops (GF). Wieviele Segmente kann ein Rechner mit 2 GF in Echtzeit maximal berechnen?

#### b) Bearbeite die folgenden Aufgaben

Für das Virtual-Earth Projekt werden dafür aus Satelliten – Photos hochauflösende Bilder mit Hilfe von Clustern (Verbund mehrerer Computer) berechnet. In einem Cluster geht Rechenzeit durch die Abstimmung zwischen den Rechnern verloren.

Mathematisch lässt sich das durch eine Folge  $a_n = \frac{n^2(16 - \frac{1}{n})}{2n^2 + 4}$  darstellen.

Dabei bedeutet n die Anzahl Rechner und  $a_n$  die Anzahl Segmente, die pro Rechner berechnet werden.

7. Wieviele Segmente können pro Rechner maximal berechnet werden, selbst wenn man beliebig viele, d.h. unendlich viele, Rechner in dem Cluster hat?

Fach / Thema:

Mathematik

Bildungsgang gem. APO-BK nach Anlage:

C1

Bezeichnung der Bildungsgänge lt. Studentafel:

Staatlich geprüfte(r) informationstechnische(r)

Assistent(in) und Fachhochschulreife

Fachlicher Schwerpunkt:

Anwendungsentwicklung

Vorgesehene Hilfsmittel:

nicht progr.-barer Taschenrechner, Kopie Tabellenbuch (Anlage)

Widerstände im Wechselstromkreis – Resistance in a.c. circuit			
Schaltung	Stromstärke und Spannung	Widerstand und Leitwert	Leistung
	$I = \frac{U}{R}$ $\varphi = 0^\circ$	$R = \frac{U}{I}$	$P = U \cdot I$ $P = I^2 \cdot R$ $P = \frac{U^2}{R}$
	$I = \frac{U}{X_L}$ $\varphi = 90^\circ$ (induktiv)	$X_L = 2\pi \cdot f \cdot L$ $X_L = \omega \cdot L$	$Q_L = U \cdot I$
	$I = \frac{U}{X_C}$ $\varphi = 90^\circ$ (kapazitiv)	$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$ $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$	$Q_C = U \cdot I$
Komplexer Scheinwiderstand, Leitwert, Phasenverschiebungswinkel (z, y, φ)			
	$Z = R$ $Y = G$ $\varphi = 0^\circ$	$Z = R$ $Y = G$	$Z = R \cdot e^{j0^\circ}$ $Y = G \cdot e^{j0^\circ}$
	$Z = jX_L = j\omega L$ $Y = -jB_L = \frac{1}{j\omega L} = -j \frac{1}{\omega L}$ $Y = \frac{1}{\omega L}$ $\varphi = -90^\circ$ $Z = X_L \cdot e^{j90^\circ}; Y = B_L \cdot e^{-j90^\circ}$		$Z = -jX_C = \frac{1}{j\omega C} = -j \frac{1}{\omega C}$ $Z = \frac{1}{\omega C}$ $Y = jB_C = j\omega C; Y = \omega C$ $\varphi = -90^\circ$ $Z = X_C \cdot e^{-j90^\circ}; Y = B_C \cdot e^{j90^\circ}$
	$Z = R + j\omega L; Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$ $Y = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} - j \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}$ $\tan \varphi = \frac{\omega L}{R}$ $Z = Z \cdot e^{j\varphi}$		$Z = R - j \frac{1}{\omega C}; Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$ $Y = \frac{R(\omega C)^2 + 1}{(R\omega C)^2 + 1} + j \frac{\omega C}{(R\omega C)^2 + 1}$ $\tan \varphi = \frac{1}{\omega CR}$ $Z = Z \cdot e^{-j\varphi}$
Schwingkreis			
Resonanzfrequenz			
	$Q = \frac{R_{par}}{X_L}$ $X_L = X_C$		$Q = \frac{X_L}{R_{ser}}$
		$f_0$ : Resonanzfrequenz $R_{par}$ : Paralleler Verlustwiderstand $R_{ser}$ : Serieller Verlustwiderstand $Q$ : Güte $f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L \cdot C}}$	
Bandbreite			
		$f_{go}$ : obere Grenzfrequenz ( $\varphi = 45^\circ$ ) $f_{gu}$ : untere Grenzfrequenz ( $\varphi = 45^\circ$ ) $B$ : Bandbreite $B = f_{go} - f_{gu}$ $B = \frac{f_0}{Q}$	