Astronauten-Training

Nr 1

$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$

$f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$

$f''(x) = 12ax^2 + 6bx + 2c$

I $f(0) = 4$

II $f'(0) = -1{,}6$

III $f''(0) = 24{,}8$

IV $f(1) = 7{,}05$

V $f'(2) = 2$

I $0a^4 + 0b^3 + 0c^2 + 0d + e = 4$ $\quad \underline{e = 4}$

II $0a^3 + 0b^2 + 0c + d = 1{,}6$ $\quad \underline{d = -1{,}6}$

III $0a^2 + 0b + 2c = 12{,}4$ $\quad \underline{c = 12{,}4}$

IV $a + b + 12{,}4 - 1{,}6 + 4 = 7{,}05$

V $32a + 12b + 49{,}6 - 1{,}6 = 2$

IV $a + b + 12{,}4 - 1{,}6 + 4 = 7{,}05$

$a + b + 14{,}8 = 7{,}05 \quad | -14{,}8$

$a + b = -7{,}75 \quad | -b$

$a = -7{,}75 - b$

V $32a + 12b + 49{,}6 - 1{,}6 = 0$

$32(-7{,}75 - b) + 12b + 48 = 0$

$-248 - 32b + 12b + 48 = 0$

$-200 - 20b = 0 \quad | +200$

$-20b = 200 \quad | :(-20)$

$\underline{b = -10}$

$a = -7{,}75 - b$

$a = -7{,}75 - (-10)$

$\underline{a = 2{,}25}$

$\underline{f(x) = 2{,}25x^4 - 10x^3 + 12{,}4x^2 - 1{,}6x + 4}$

Nr. 2

$f(x) = 2{,}25x^4 - 10x^3 + 12{,}4x^2 - 1{,}6x + 4$

$f(2) = 2{,}25(2)^4 - 10(2)^3 + 12{,}4(2)^2 - 1{,}6(2) + 4$

$= 6{,}4$

Antwort: Nach zwei Minuten beträgt die Höhe 6,4 km.

Nr. 3

$$
\begin{array}{l}
f'(x) = 9x^3 - 30x^2 + 24{,}8x - 1{,}6 : (x-2) = 9x^2 - 12x + 0{,}8 \\
\quad -(9x^3 - 18x^2) \\
\qquad -12x^2 + 24{,}8x \\
\qquad -(-12x^2 + 24x) \\
\qquad\quad 0{,}8x - 1{,}6 \\
\qquad\quad -(0{,}8x - 1{,}6) \\
\qquad\qquad \underline{0 \quad 0} \\
\qquad\qquad\quad 0
\end{array}
$$

$9x^2 - 12x + 0{,}8 = 0$	1. Fall
$x^2 - \frac{4}{3} + \frac{4}{45} = 0$	$x > 0 = x = 1{,}263$
$(x - \frac{2}{3})^2 - (\frac{2}{3})^2 + \frac{4}{45} = 0$	2. Fall
$\lvert x - \frac{2}{3} \rvert = 0{,}596$	$x < 0 = x = \frac{53}{750}$

$$\left.\begin{array}{l} f'(1{,}263 - \frac{1}{10}) = 0{,}82 \\ f'(1{,}263 + \frac{1}{10}) = -0{,}79 \end{array}\right\} \text{max Extrema}$$

$$\left.\begin{array}{l} f'(\frac{53}{750} - \frac{1}{10}) = -2{,}35 \\ f'(\frac{53}{750} + \frac{1}{10}) = 1{,}80 \end{array}\right\} \text{min Extrema}$$

A: Das Flugzeug hat seinen HP zum Zeitpkt. 1,263!

" " " " NP " " $\frac{53}{750}$!

Marc Urban
9A52
Mathe

Astronauten Training

Werte aus Aufgabe 3:

- Hochpunkt bei $x_0 = 1,267$
- Tiefpunkt bei $x_0 = 0,067$

Funktionsgleichung 4. Grades

- $f(x) = 2,25x^4 - 10x^3 + 12,4x^2 - 1,6x + 4$

Aufgabe 4:

- Gesucht ist die maximale Höhe, bzw. minimalste Höhe des Flugzeugs während des Fluges.

- Lösungsansatz:
  In Aufgabe 3 wurden bereits die Zeitpunkte ausgerechnet an denen das Flugzeug seinen höchsten bzw. tiefsten Punkt erreicht. Diese x-Werte können wir nun in die Funktionsgleichung einsetzen um die y-Werte zu erhalten.

- Rechnung:

  Max Höhe beträgt 7,32 km

$$f(1,267) = 2,25 \cdot (1,267)^4 - 10 \cdot (1,267)^3 + 12,4 (1,267)^2 - 1,6 \cdot 1,267 + 4$$
$$= 5,7814 - 20,339 + 19,906 - 2,0272 + 4$$
$$\underline{\underline{= 7,32}}$$

  Min Höhe beträgt 3,95 km

$$f(0,067) = 2,25 \cdot (0,067)^4 - 10 \cdot (0,067)^3 + 12,4 \cdot (0,067)^2 - 1,6 \cdot 0,067 + 4$$
$$= 0,00004545 - 0,0031 + 0,05568 - 0,107 + 4$$
$$\underline{\underline{= 3,95}}$$

22.11.07 Astronauten-Training

Aufgabe 5:

Gefragt bei dieser Aufgabe ist das Maximum der 1. Ableitung (Geschwindigkeit). Um dieses heraus zu finden benötigen wir die Nullstelle(n) der 2. Ableitung (Beschleunigung).

$$f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$$

$$f''(x) = 27x^2 - 60x + 24{,}8$$

<u>notwendige Bedingung:</u>

$$27x^2 - 60x + 24{,}8 = 0 \qquad | :27$$

$$x^2 - \frac{20}{9}x + \frac{124}{135} = 0 \qquad | \text{ quadr. Ergänzung}$$

$$x^2 - \frac{20}{9}x - \left(\frac{10}{9}\right)^2 + \left(\frac{10}{9}\right)^2 + \frac{124}{135} = 0$$

$$\left(x - \frac{10}{9}\right)^2 - \left(\frac{10}{9}\right)^2 + \frac{124}{135} = 0$$

$$\left(x - \frac{10}{9}\right)^2 - \frac{100}{81} + \frac{124}{135} = 0$$

$$\left(x - \frac{10}{9}\right)^2 - \frac{128}{405} = 0 \qquad | + \frac{128}{405}$$

$$\left(x - \frac{10}{9}\right)^2 = \frac{128}{405} \qquad | \pm\sqrt{}$$

$$x - \frac{10}{9} = \pm\sqrt{\frac{128}{405}} \qquad | + \frac{10}{9}$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{128}{405}} + \frac{10}{9}$$

$$x_1 = 0{,}56 + \frac{10}{9} = \underline{\underline{1{,}671}}$$

$$x_2 = -0{,}56 + \frac{10}{9} = \underline{\underline{0{,}551}}$$

22.11.07

hinreichende Bedingung:

$$f''\left(1{,}671 - \frac{1}{10}\right) = 27 \cdot (1{,}571)^2 - 60 \cdot 1{,}571 + 24{,}8$$
$$= -2{,}822$$

$$f''\left(1{,}671 + \frac{1}{10}\right) = 27 \cdot (1{,}771)^2 - 60 \cdot 1{,}771 + 24{,}8$$
$$= 3{,}22$$

$$f''\left(0{,}551 - \frac{1}{10}\right) = 27 \cdot (0{,}451)^2 - 60 \cdot 0{,}451 + 24{,}8$$
$$= 3{,}23$$

$$f''\left(0{,}551 + \frac{1}{10}\right) = 27 \cdot (0{,}651)^2 - 60 \cdot 0{,}651 + 24{,}8$$
$$= 2{,}817$$

An.

Am Zeitpunkt $x_0 = 1{,}671$ erzielt das Flugzeug seine höchste Geschwindigkeit.

SS

Aufgabe 6:

$f'''(x) = 54x - 60$

$\Rightarrow 54x - 60 = 0 \Leftrightarrow x - \frac{10}{9} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{10}{9}$

(1) $f'''\left(\frac{10}{9} - \frac{1}{10}\right) = f'''\left(\frac{100-9}{90}\right) = 54 \cdot \frac{91}{90} - 60 = \frac{4914}{90} - 60 = -5,4$

(2) $f'''\left(\frac{10}{9} + \frac{1}{10}\right) = f'''\left(\frac{100+9}{90}\right) = 54 \cdot \frac{109}{90} - 60 = \frac{5886}{90} - 60 = 5,4$

Antwort: Bis zum Zeitpunkt $t = \frac{10}{9}$ nimmt die Steiggeschwindigkeit des Flugzeuges zu, danach nimmt sie wieder ab.