



Förderkurs Mathematik

Funktionsbegriff

Lineare Funktionen, Berechnung und Darstellung

Klaus Rosanowski

2014-12-16

Zwei einfache Probleme ...

Beobachtungen des ersten eigenen Kontostandes

Woche 1	=	500 €
Woche 2	=	450 €
Woche 3	=	400 €
Woche 4	=	350 €

Beobachtung des Freunde-Status

Online	=	Kevin, Janine, Petra
Offline	=	Bernd, Gunfried
Chatting	=	Kevin, Ümet
Tot	=	Uropa Hans, UrUroma ?

Grundlegende Begriffe

Relation

ist eine bestimmte Art der Zuordnung, bei der einem x-Wert **MINDESTENS EIN** y-Wert zugeordnet wird.

Funktion

Ist eine bestimmte Art der Zuordnung, bei der einem x-Wert **GENAU EIN** y-Wert zugeordnet wird.

Lineare Funktion

eine bestimmte Funktion, bei der von einem zum nächsten Punkt ein konstanter Anstieg / Abstieg vorhanden ist.

Wenn wir zwei Mengen D und W haben, dann können wir Dinge aus der einen Menge D den Dingen aus der W zuordnen.

Beispiel:

$$D = \{Woche1, Woche2, Woche3, Woche4\}$$

$$W = \mathbb{R}$$

Dann wäre eine gültige Zuordnung gegeben durch:

Woche 1	Woche 2	Woche 3	Woche 4
500	450	400	350

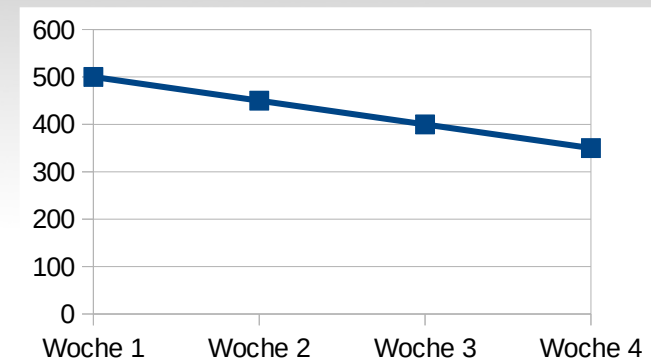
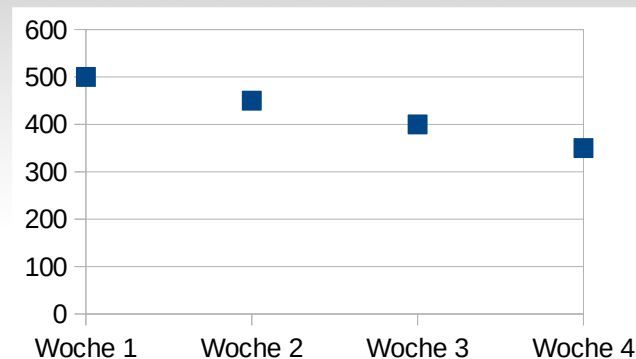
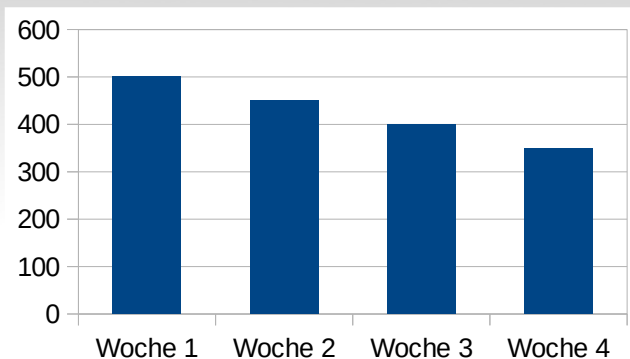
$$D = \{Woche1, Woche2, Woche3, Woche4\}$$

$$W = \mathbb{R}$$

Man kann aber auch folgendes machen:

(Woche1 / 500), (Woche2 / 450), (Woche3 / 400),
(Woche4 / 350)

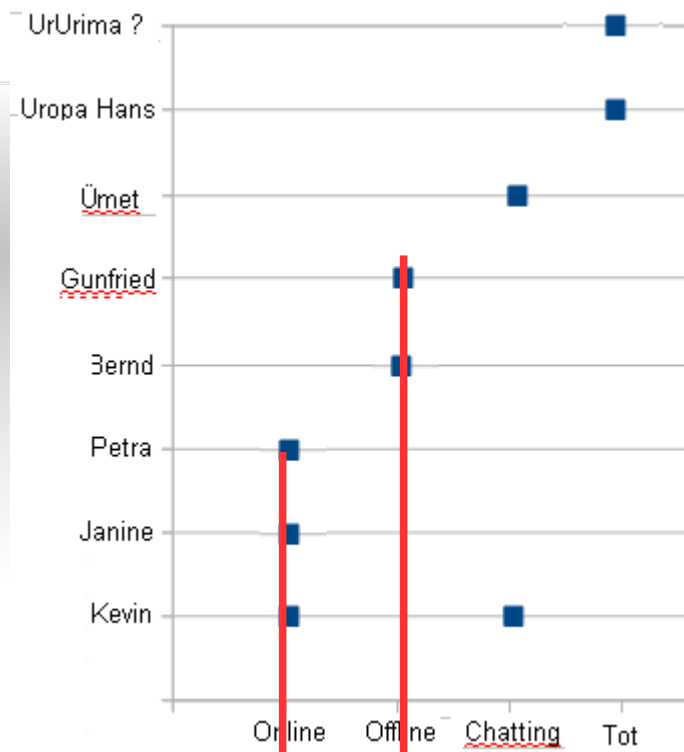
Aber man kann das auch mit Grafik darstellen:



$$D = \{ \textit{Online}, \textit{Offline}, \textit{Chatting} \}$$

$$W = \{ \textit{Kevin}, \textit{Janine}, \textit{Petra}, \textit{Bernd}, \textit{Gunfried}, \textit{Ümet}, \textit{Uropa}, \textit{UrUroma} \}$$

Auch das kann man grafisch darstellen:

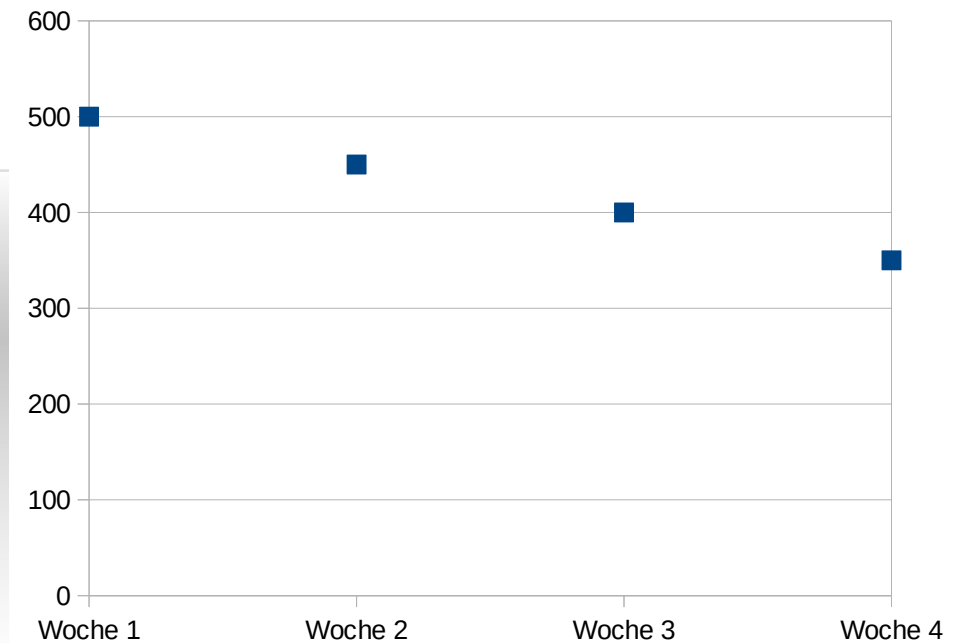
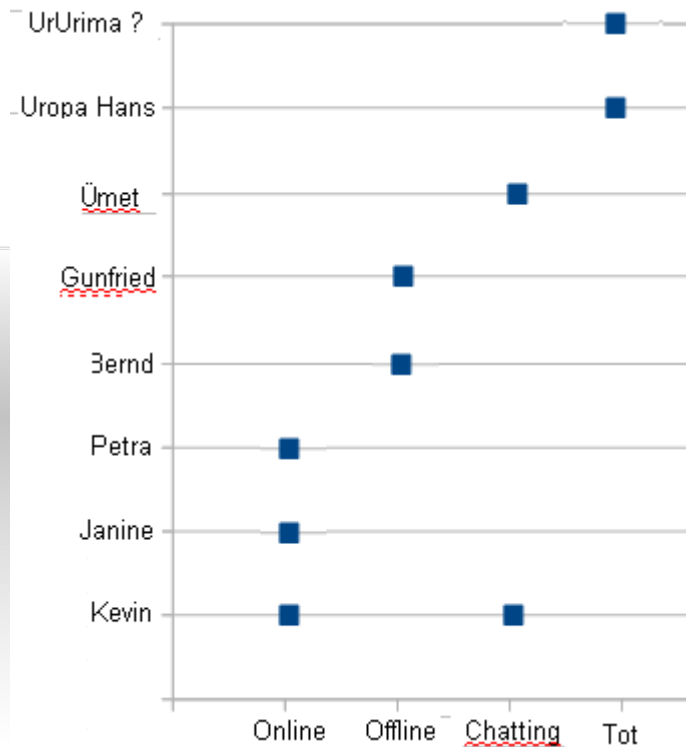


Beachte den Unterschied (!)

Hier gibt es senkrecht mehrere Zuordnungen

Begriffe: Relation und Funktion

Man unterscheidet zwischen zwei verschiedenen Arten von Zuordnungen:

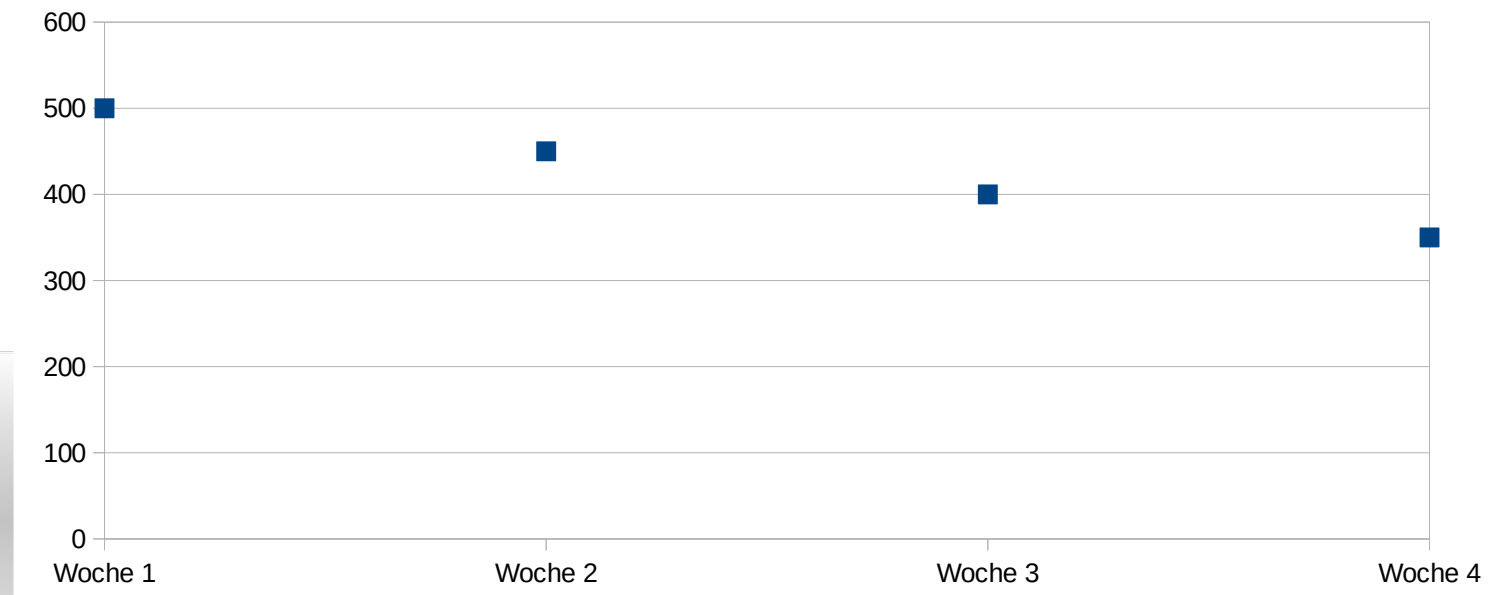


Relation:
ein $x \rightarrow$ mehrere y

Funktion:
ein $x \rightarrow$ ein y

Lineare Funktion

Was fällt hier auf ?



Der Verlauf ist gleichmäßig

Die Menge Geld nimmt **KONSTANT** ab

Man könnte die Zwischenwerte bestimmen

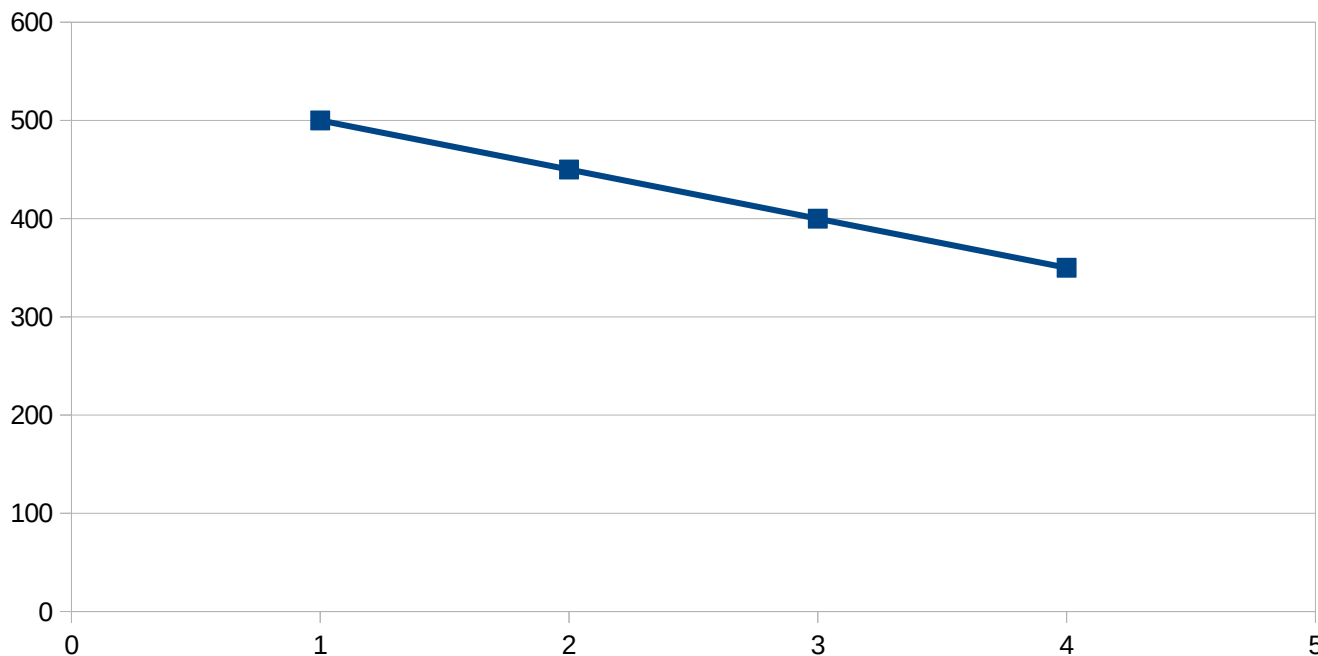
Definition einer Funktion 1/2

Jetzt verkürzt auf Woche 1 = 1, Woche 2 = 2, etc.

Zuordnung von Folie 4 ergibt eine Wertetabelle:

x	1	2	3	4
y	500	450	400	350

$W = \mathbb{R}$



$D = \mathbb{R}$

Man schreibt für eine Funktion

$$f : D \rightarrow W$$

Das bedeutet, dass EINEM x aus der Menge D genau EIN y aus der Menge W zugeordnet werden kann.

Alternativ kann man schreiben:

$$f : x \rightarrow y, \text{ mit } x \in D \text{ und } y \in W$$

Ist das eine Funktionsgleichung?

NEIN, NEIN, NEIN, NEIN, NEIN, NEIN, NEIN

Funktionsgleichung einer linearen Fktn 1/2

Bis jetzt Theorie, jetzt Praxis

$$f : x \rightarrow 3x + 2, \quad \text{mit } x \in \mathbb{R} \text{ und } y \in \mathbb{R}$$

Das bedeutet, dass EINEM x Wert der Wert $3x+2$ zugeordnet wird:

x	1	2	3	4
y	$3 \cdot 1 + 2 = 5$	$3 \cdot 2 + 2 = 8$	$3 \cdot 3 + 2 = 11$	$3 \cdot 4 + 2 = 13$

Man schreibt häufig vereinfacht:

$$f(x) = 3x + 2$$

Ist das eine Funktionsgleichung?

JA, JA, JA, JA, JA, JA, JA, JA, JA, JA, JA

Die Funktionsgleichung beschreibt also, wie bei einem VORGEGEBENEN x -Wert der zugehörige y -Wert berechnet werden kann.

Alle Linearen Funktionen lassen sich durch die allgemeine Funktionsgleichung beschreiben:

$$f(x) = m \cdot x + b$$

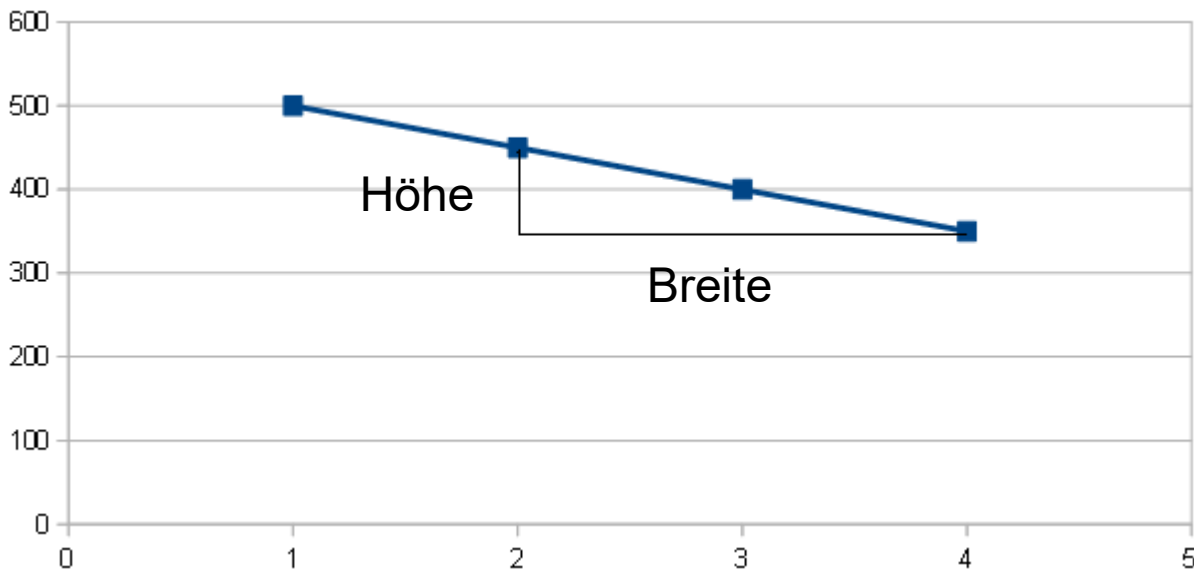
m = Steigung der Funktion

b = y -Wert des Schnittpunktes mit der y -Achse
 $S(0/b)$

Was ist die Steigung einer linearen Fktn.

Die Steigung beschreibt das Verhältnis, wie stark sich der y-Wert ändert, wenn sich der x-Wert ändert.

Am besten sieht man das am Steigungsdreieck



$$m = \frac{\text{Höhe}}{\text{Breite}}$$

Berechnung der Fktnsglg bei zwei Pkten 1/2

Wenn man zwei Punkte der linearen Funktion gegeben hat, dann kann man die Steigung berechnen

$$m = \frac{\text{Höhe}}{\text{Breite}} \quad P_1(2/450), P_2(4/350)$$

$$m = \frac{(y_1 - y_2)}{(x_1 - x_2)} = \frac{(450 - 350)}{(2 - 4)} = \frac{100}{-2} = -50$$

Wenn m bekannt ist, dann kann man jetzt benutzen um das b zu bestimmen.

Berechnung der Fktnsglg bei zwei Pkten 2/2

Wenn man die Steigung bereits kennt, dann können wir folgendes aufschreiben:

$$f(x) = -50 \cdot x + b$$

Weiterhin unbekannt ist jedoch b . Wir müssen **MINDESTENS** einen Punkt jetzt kennen. Nehmen wir bspw. Punkt P_1

$$P_1(2/450) \quad d.h. \quad f(2) = 450$$

Einsetzen des Punktes liefert:

$$\begin{aligned} f(2) &= -50 \cdot 2 + b && \Rightarrow && 450 = -50 \cdot 2 + b \\ &&& \Rightarrow && 550 = b \end{aligned}$$



Förderkurs Mathematik

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit

Klaus Rosanowski

2014-12-16