



Förderkurs Mathematik

Lösen eines linearen
Gleichungssystems (2x2)

Oliver Kreuer

2015-01-20

Dieser verflixte Regen ...

Einkauf am Vormittag:

3 Äpfel (Mutter), 2 Bananen (Oma)

→ Summe: 2,90 €

Nach Anruf auf dem Handy:

2 Äpfel (Mutter), 1 Banane (Oma)

→ Summe: 1,70 €

Der Regen durchweicht die Kassensbons in der Hosentasche. Nur noch die Gesamtsumme ist lesbar.

Wieviel Geld bekommt er von wem zurück?

Der Begriff des linearen Gleichungssystems

x: Preis für einen Apfel

y: Preis für eine Banane

=> Die Einkäufe lassen sich durch folgende Gleichungen beschreiben:

$$3x + 2y = 2.9$$

$$2x + y = 1.7$$

Zwei solcher Gleichungen mit denselben Variablen nennt man ein **lineares (2x2) Gleichungssystem**

Schreibweisen für ein lineares Gleichungssystem

Es gibt drei unterschiedliche Schreibweisen:

$$(1) \quad -2x + 3y = 1$$

$$(2) \quad 3x - 2y = 2$$

$$\left| \begin{array}{l} -2x + 3y = 1 \\ 3x - 2y = 2 \end{array} \right|$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} -2 & 3 & 1 \\ 3 & -2 & 2 \end{array} \right)$$

Erweiterte Matrix:

Variablen, + und = weglassen.

Runde Klammern um das System setzen.
Die rechte Seite mit einem Strich abtrennen.

Gleichsetzungsverfahren

$$\left| \begin{array}{l} -2x + 3y = 1 \\ 3x - 2y = 2 \end{array} \right| \longrightarrow \left| \begin{array}{l} x = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}y \\ x = \frac{2}{3} + \frac{2}{3}y \end{array} \right|$$

$$\longrightarrow -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}y = \frac{2}{3} + \frac{2}{3}y \longrightarrow \boxed{y = \frac{7}{5}}$$

Einsetzen in die erste oder zweite Gleichung des ursprünglichen LGS ergibt:

$$\boxed{x = \frac{8}{5}}$$

Einsetzungsverfahren

$$\begin{cases} -2x + 3y = 1 \\ 3x - 2y = 2 \end{cases} \quad \rightarrow$$

Erste Gleichung
nach x auflösen

$$x = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}y \quad \star$$

\rightarrow x in zweite Gleichung
einsetzen

$$3 \cdot \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}y \right) - 2y = 2$$

\rightarrow

$$y = \frac{7}{5}$$

Einsetzungsverfahren

Den Wert für y in die Gleichung  einsetzen ergibt:

$$x = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{5}$$



$$x = \frac{8}{5}$$

Additions-/Subtraktionsverfahren

- Gleichungen darf man mit einer beliebigen Zahl multiplizieren.
- Man kann auch eine Gleichung zu einer anderen addieren.
- Man darf eine Gleichung von einer anderen subtrahieren.


Additions-/Subtraktionsverfahren

$$\left| \begin{array}{l} -2x + 3y = 1 \\ 3x - 2y = 2 \end{array} \right| :(-2)$$



$$\left| \begin{array}{l} x - \frac{3}{2}y = -\frac{1}{2} \\ 3x - 2y = 2 \end{array} \right| \cdot 3$$



$$\left| \begin{array}{l} 3x - \frac{9}{2}y = -\frac{3}{2} \\ 3x - 2y = 2 \end{array} \right| \begin{array}{l} \text{ } \\ - \end{array}$$


Additions-/Subtraktionsverfahren

$$\begin{array}{l} \rightarrow \\ \left| \begin{array}{l} 3x - \frac{9}{2}y = -\frac{3}{2} \\ \frac{5}{2}y = \frac{7}{2} \end{array} \right| \cdot \frac{2}{5} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \rightarrow \\ \left| \begin{array}{l} 3x - \frac{9}{2}y = -\frac{3}{2} \\ y = \frac{7}{5} \end{array} \right| \cdot \frac{9}{2} + \end{array}$$

Additions-/Subtraktionsverfahren

$$\begin{array}{l} \rightarrow \\ \left| \begin{array}{l} 3x = \frac{48}{10} \\ y = \frac{7}{5} \end{array} \right| : 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \rightarrow \\ \left| \begin{array}{l} x = \frac{8}{5} \\ y = \frac{7}{5} \end{array} \right| \end{array}$$

Probe durchführen

Das errechnete Ergebnis in beide Gleichungen einsetzen.

$$-2 \cdot \frac{8}{5} + 3 \cdot \frac{7}{5} = -\frac{16}{5} + \frac{21}{5} = 1$$

$$3 \cdot \frac{8}{5} - 2 \cdot \frac{7}{5} = \frac{24}{5} - \frac{14}{5} = 2$$