zurück zu 'Funktionen höherer Ordnung'

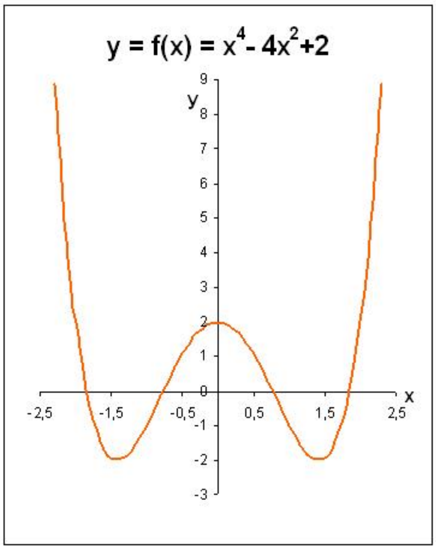
Mathematik

Die Symmetrieeigenschaften von Graphen

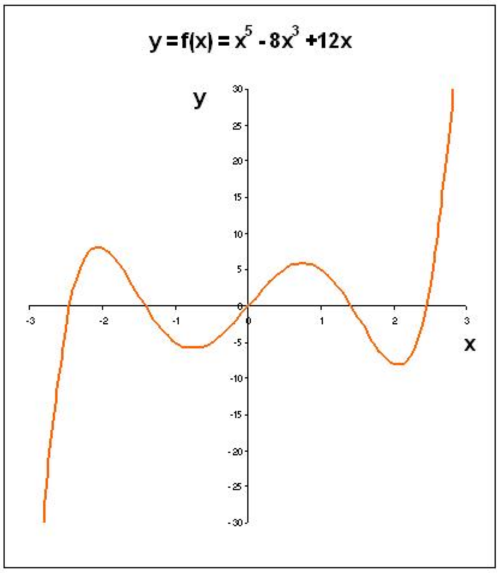
Wenn Sie die Wertetabelle für die Normalparabel mit der Funktionsgleichung $y = f(x) = x^2$ erstellen, fällt Ihnen sicherlich auf, dass Sie beide Male den gleichen Funktionswert erhalten, wenn Sie 2 oder -2 einsetzen. Dies liegt daran, dass sowohl 2^2 als auch $(-2)^2$ den Wert 4 ergeben.

Die Normalparabel weist eine Symmetrieeigenschaft auf: sie ist achsensymmetrisch zur y-Achse.

Alle ganzrationalen Funktionen f(x), in deren Funktionstermen die Variable x ausschließlich mit geraden Exponenten auftritt, sind **gerade Funktionen**. Ihre Graphen verlaufen **achsensymmetrisch zur y-Achse**.

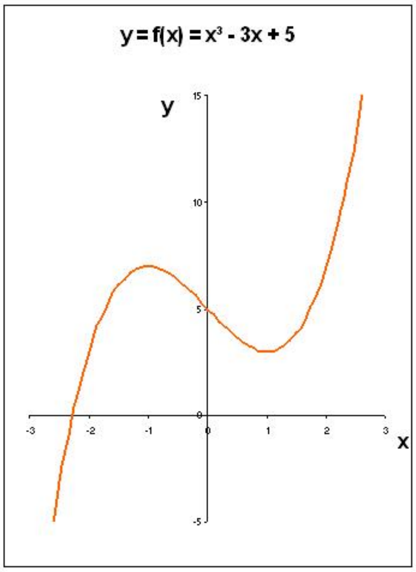


Alle ganzrationalen Funktionen f(x), in deren Funktionstermen die Variable x ausschließlich mit ungeraden Exponenten auftritt, sind **ungerade Funktionen**. Ihre Graphen verlaufen **punktsymmetrisch zum Ursprung** (des Koordinatensystems).



Welche Symmetrieeigenschaft hat der Graph der Funktion $y = f(x) = x^3 - 3x + 5$?

Auf den ersten Blick sieht es so aus, als würde die Variable x nur mit ungeraden Exponenten auftreten. Dies ist jedoch nicht der Fall. Es ist deutlicher zu sehen, wenn Sie die Funktion so darstellen: $y = f(x) = x^3 - 3x + 5x^0$. Diese Funktion ist somit weder gerade noch ungerade. Der Graph dieser Funktion weist keine der beiden oben genannten Symmetrieeigenschaften auf. Dennoch besitzt der Graph dieser Funktion eine Symmetrieeigenschaft. Der Graph dieser Funktion ist punktsymmetrisch zum Punkt P(0|5).



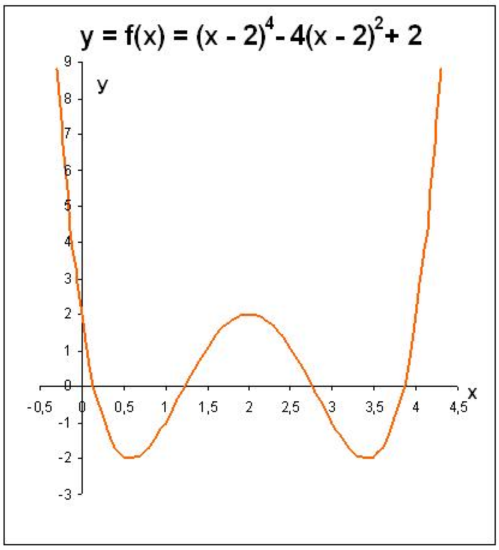
Welche Symmetrieeigenschaften hat der Graph der Funktion

$y = f(x) = (x - 2)^4 - 4(x - 2)^2 + 2$?

Auf den ersten Blick sieht es so aus, als würde die Variable x nur mit geraden Exponenten auftreten: Dies ist jedoch nicht der Fall. Um zu beurteilen, ob eine Funktion gerade oder ungerade ist, muss der Funktionsterm zunächst auf die Form

$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0 x^0$

gebracht werden! Also müssen im Funktionsterm alle Klammern aufgelöst werden. Es ist
$(x-2)^4 = x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 16$ und es gilt $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$. Somit ergibt sich:
$y = f(x) = (x - 2)^4 - 4(x - 2)^2 + 2 = x^4 - 8x^3 + 20x^2 - 16x + 2$. Diese Funktion ist weder gerade noch ungerade. Der Graph dieser Funktion ist weder achsensymmetrisch zur y-Achse noch punktsymmetrisch zum Ursprung. Dennoch weist dieser Graph eine Symmetrieeigenschaft auf, denn er ist gegenüber dem Graphen der Funktion
$y = f(x) = x^4 - 4x^2 + 2$ um zwei Einheiten nach rechts verschoben. Somit ist der Graph dieser Funktion achsensymmetrisch zur Geraden $x = 2$.



zurück zu 'Funktionen höherer Ordnung'