Nullstellenberechnung: $f(x)=0{,}5x^3-3x^2+5{,}5x-6$ Funktionsgleichung

setze: $f(x)=0$

$$0=0{,}5x^3-3x^2+5{,}5x-6$$

normieren: $0=x^3-6x^2+11x-12$

Eine erste Lösung lässt sich nur durch Probieren finden

x=1: $1^3-6\cdot1^2+11\cdot1-12=1-6+11-12\,(\text{Koeffizientensumme})=-6$

x=4 $4^3-6\cdot4^2+11\cdot4-12=64-96+44-12=0\Rightarrow$ x=4 ist eine Lösung der algebraischen Gleichung

$\Rightarrow$ der Linearfaktor für die Polynomdivision $(x-4)$

Ziel der Polynomdivision: Zerlegung des Polynoms $x^3-6x^2+11x-12$ in ein Produkt.

„Die **Polynomdivision** ist ein algorithmisches, mathematisches Rechenverfahren. Das Verfahren verläuft analog zur üblichen und aus der Schule bekannten *Division von Zahlen mit Rest*, nur dass hier statt zweier Zahlen zwei Polynome durcheinander dividiert werden und als Ergebnis wieder zwei Polynome – der *„Ganzteil"* und der Rest der Division – stehen."

http://de.wikipedia.org/wiki/Polynomdivision

Polynomdivision

Zwischen der Polynomdivision und dem schriftlichen dividieren besteht ein Zusammenhang. Folgende Gegenüberstellung soll das im Falle einer Division ohne Rest zeigen.

$$\begin{array}{rl}
62228 : 47 & = 1\;3\;2\;4 \\
-47 & \leftarrow 47\cdot 1 \\
152 & \\
-141 & \leftarrow 47\cdot 3 \\
112 & \\
-94 & \leftarrow 47\cdot 2 \\
188 & \\
-188 & \leftarrow 47\cdot 4 \\
0 &
\end{array}$$

Die Zahl 62, bestehend aus den ersten zwei Ziffern der zu teilenden Zahl wird durch den Teiler (47) dividiert. Das Ergebnis (1) wird mit dem Teiler 47 multipliziert und von der Zahl (62) subtrahiert. Mit dem Ergebnis der Subtraktion (152) verfährt man in gleicher Weise. Man führt dieses Verfahren so lange durch, bis das Subtraktionsergebnis Null ist.

Probe: $47\cdot1324=62228$

$$\begin{array}{rl}
(x^3-6x^2+11x-12):(x-4) & = x^2-2x+3 \\
-(x^3-4x^2) & \leftarrow (x-4)\cdot x^2 \\
-2x^2+11x & \\
-(-2x^2+8x) & \leftarrow (x-4)\cdot(-2x) \\
3x-12 & \\
-(3x-12) & \leftarrow (x-4)\cdot 3 \\
0 &
\end{array}$$

Der erste Summand des zu teilenden Polynoms (x^3) wird durch den ersten Summanden des Teilers (x) dividiert. Das Ergebnis (x^2) wird mit dem Teiler (x - 4) multipliziert und von dem zu teilenden Polynom subtrahiert. Mit dem Ergebnis der Subtraktion ($-2x^2+11x-12$) Verfährt man in gleicher Weise. Man führt dieses Verfahren so lange durch, bis das Subtraktionsergebnis Null ist.

Probe: $(x-4)\cdot(x^2-2x+3)=x^3-6x^2+11x-12$

durch die Probe erhält man die Zerlegung des Ausgangspolynoms:

$$0=x^3-6x^2+11x-12$$