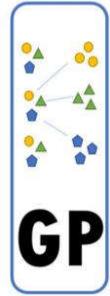


Von Übergängen und Prozessen

Arbeitsblatt 4: Gruppenpuzzle



Aufgabe für die Expertengruppe 1

Bearbeiten Sie die Aufgabe gemäß der unten stehenden Aufgabenstellung.

Aufgaben für die Gruppenphase

- Stellen Sie sich gegenseitig Ihre Aufgaben und Lösungen vor.
- Finden Sie das Gemeinsame der gestellten Aufgaben.
- Alle Übergangsmatrizen dieser Aufgaben sind stochastische Matrizen. Geben Sie an, was „stochastische Matrizen“ kennzeichnet. Schreiben Sie eine 2x2 und 3x3 stochastische Matrix in allgemeiner Form auf.
- Bewerten Sie die „Güte“ der mathematischen Modellierungen in jedem der drei Beispiele.

1. Urlaubsverhalten

Laut einer Untersuchung des Deutschen Instituts für Touristik blieben im vergangenen Jahr 25 % der Bevölkerung im Urlaub zu Hause (H), 42 % verreisten innerhalb von Deutschland (D) und 33 % verbrachten Ihren Urlaub im Ausland (A).

Die untenstehende Matrix A beschreibt das Wechselverhalten der deutschen Urlauber von Jahr zu Jahr.

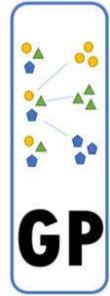
$$\begin{array}{c}
 \text{von} \\
 \begin{array}{ccc}
 & H & D & A \\
 \text{nach} \begin{array}{l} H \\ D \\ A \end{array} & \begin{pmatrix} 0,3 & 0,3 & 0,1 \\ 0,2 & 0,6 & 0,5 \\ 0,5 & 0,1 & 0,4 \end{pmatrix}
 \end{array}
 \end{array}$$

- Erläutern Sie die Bedeutung der Einträge 0,6 und 0,4 im Sachkontext.
- Berechnen Sie jeweils die Anzahl der Urlauber, die zu Hause bleiben, den Urlaub in Deutschland und im Ausland verbringen für das aktuelle Jahr (ohne GTR).
- Bestimmen Sie die Anzahlen für weitere zwei Jahre (mit GTR).
- Berechnen Sie die Übergangsmatrix A^2 (ohne GTR). Vergleichen Sie diese mit der vorgegebenen Matrix A.
- Bestimmen Sie A^5 , A^{10} , A^{15} und A^{20} (mit GTR). Beschreiben Sie, was Ihnen auffällt.
- Bestimmen Sie folgendes Produkt $A^{-1} \begin{pmatrix} 40 \\ 35 \\ 25 \end{pmatrix}$ (mit GTR) und erläutern Sie die Bedeutung im Sachkontext.

Von Übergängen und Prozessen

Aufgabe für die Expertengruppe 2

Bearbeiten Sie die Aufgabe gemäß der unten stehenden Aufgabenstellung.

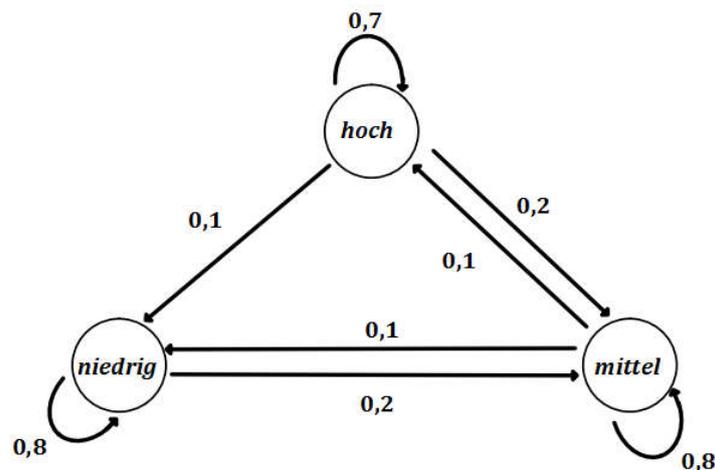
**Aufgaben für die Gruppenphase**

- Stellen Sie sich gegenseitig Ihre Aufgaben und Ihre Lösungen vor.
- Finden Sie das verbindend Gemeinsame der gestellten Aufgaben.
- Alle Übergangsmatrizen dieser Aufgaben sind stochastische Matrizen. Geben Sie an, was „stochastische Matrizen“ kennzeichnet. Schreiben Sie eine 2x2 und 3x3 stochastische Matrix in allgemeiner Form auf.
- Bewerten Sie die „Güte“ der mathematischen Modellierungen in jedem der drei Beispiele.

2. Einkommensverteilung

In einem kleinen Land gibt es ca. 1.000.000 Erwerbstätige, die vom Finanzamt jährlich einer der drei Einkommensgruppen 'niedrig', 'mittel' und 'hoch' zugeordnet werden.

Es hat sich im Laufe der Jahre gezeigt, dass es zwischen diesen Gruppen von Jahr zu Jahr Verschiebungen gibt. Das untenstehende Übergangsdiagramm beschreibt diese Verschiebungen von Jahr zu Jahr.



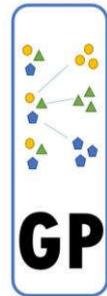
Am Anfang befinden sich 200.000 Erwerbstätige in der Gruppe *niedrig*, 700.000 Erwerbstätige in der Gruppe *mittel* und 100.000 Erwerbstätige in Gruppe *hoch*.

- Bestimmen Sie die Übergangsmatrix A .
- Berechnen Sie die Anzahl der Erwerbstätigen, die sich im nächsten Jahr in diesen Gruppen befinden (ohne GTR).
- Bestimmen Sie die Stärken der Gruppen für weitere zwei Jahre (mit GTR).
- Berechnen Sie die Übergangsmatrix A^2 (ohne GTR). Vergleichen Sie diese mit dem Ergebnis aus 1.
- Bestimmen Sie A^5 , A^{10} , A^{15} und A^{20} (mit GTR). Beschreiben Sie, was Ihnen auffällt.
- Bestimmen Sie folgendes Produkt $A^{-1} \begin{pmatrix} 200000 \\ 700000 \\ 100000 \end{pmatrix}$ (mit GTR) und erläutern Sie die Bedeutung im Sachkontext.

Von Übergängen und Prozessen

Aufgabe für die Expertengruppe 3

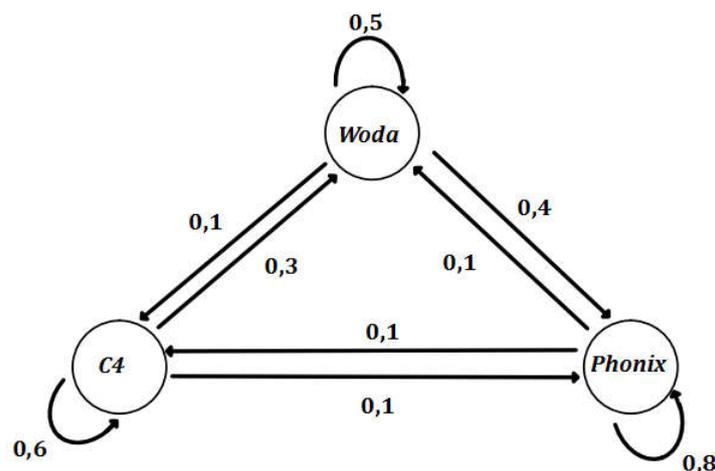
Bearbeiten Sie die Aufgabe gemäß der unten stehenden Aufgabenstellung.

**Aufgaben für die Gruppenphase**

- Stellen Sie sich gegenseitig Ihre Aufgaben und Ihre Lösungen vor.
- Finden Sie das verbindend Gemeinsame der gestellten Aufgaben.
- Alle Übergangsmatrizen dieser Aufgaben sind stochastische Matrizen.
Geben Sie an, was „stochastische Matrizen“ kennzeichnet. Schreiben Sie eine 2x2 und 3x3 stochastische Matrix in allgemeiner Form auf.
- Bewerten Sie die „Güte“ der mathematischen Modellierungen in jedem der drei Beispiele.

3. Handyanbieter

Die Handyanbieter *Woda*, *C4* und *Phonix* haben den Handymarkt erobert und schließen Jahresverträge mit ihren Kunden ab. Das Diagramm zeigt, wie viele Kunden anteilmäßig von Jahr zu Jahr den Anbieter wechseln.



Im Jahr 2016 hat jeder Anbieter 25 Millionen Kunden unter Vertrag.

- Bestimmen Sie die Übergangsmatrix A .
- Berechnen Sie die Kundenverteilung nach einem Jahr (ohne GTR).
- Berechnen Sie die Kundenverteilung nach zwei und drei Jahren (mit GTR).
- Berechnen Sie die Übergangsmatrix A^2 (ohne GTR). Vergleichen Sie diese mit dem Ergebnis aus a).
- Bestimmen Sie auch A^5 , A^{10} , A^{15} und A^{20} (mit GTR). Beschreiben Sie, was Ihnen auffällt.
- Bestimmen Sie folgendes Produkt $A^{-1} \begin{pmatrix} 25\,000\,000 \\ 25\,000\,000 \\ 25\,000\,000 \end{pmatrix}$ (mit GTR) und erläutern Sie die Bedeutung im Sachkontext.