

Quadratische Funktionen - Allgemeine Form in Scheitelpunktform - Grundwissen



Wie wandelt man den Funktionsterm einer Quadratischen Funktion aus Allgemeinen Form $y(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ in die Scheitelpunktform $y(x) = a \cdot (x - x_s)^2 + y_s$ um?

Der zweite Schritt des folgenden Verfahrens wird üblicherweise als „Quadratische Ergänzung“ bezeichnet.

Allgemeines Vorgehen

- Klammere den Faktor ,vor dem x^2 , aus der gesamten Summe/Differenz aus; nutze dazu eine eckige Klammer und achte dabei auf die Vorzeichen.
- Halbiere den Faktor ,vor dem x , quadrriere das Ergebnis, addiere es ,hinter dem x und subtrahiere es direkt dahinter wieder. (,hqas' – Quadratische Ergänzung)
- Fasse die ersten drei Summanden in der eckigen Klammer nach der 1. oder 2. Binomischen Formel zu einem Quadrat zusammen.
- Fasse die letzten beiden Summanden in der eckigen Klammer zusammen; achte dabei auf die Vorzeichen.
- Multipliziere nach dem Distributivgesetz den Faktor vor der eckigen Klammer mit der Summe/Differenz in der eckigen Klammer; achte dabei auf die Vorzeichen.

Beispiel: $y(x) = 2x^2 - 12x + 22$

$$y(x) = 2 \cdot [x^2 - 6x + 11]$$

Der Faktor ,vor dem x ist , -6 ;
die Hälfte davon ist , -3 ;
dies quadriert ist , 9 , also:
 $y(x) = 2 \cdot [x^2 - 6x + 9 - 9 + 11]$

$$y(x) = 2 \cdot [(x - 3)^2 - 9 + 11]$$

$$y(x) = 2 \cdot [(x - 3)^2 + 2]$$

$$y(x) = 2(x - 3)^2 + 4$$

Beispiel: Wandle den Funktionsterm $y(x) = -3x^2 - 12x - 8$ in die Scheitelpunktform um.

$$y(x) = -3 \cdot [x^2 + 4x + \frac{8}{3}]$$

$$y(x) = -3 \cdot [x^2 + 4x + 4 - 4 + \frac{8}{3}]$$

$$y(x) = -3 \cdot [(x + 2)^2 - 4 + \frac{8}{3}]$$

$$y(x) = -3 \cdot [(x + 2)^2 - \frac{4}{3}]$$

$$y(x) = -3(x + 2)^2 + 4$$