Leerseite für Aufgabenstellung

Leerseite für Aufgabenstellung

Leerseite für Aufgabenstellung

	Punkte	Anfordrgs. - Bereich:

1. Aufgabe

1.1

der BRDF wird durch Einsetzen der Winkel in die Funktion berechnet:

$$BRDF(10) = 0{,}0368879441$$
$$BRDF(20) = 0{,}00686676416$$
$$BRDF(40) = 0.0005578909722$$

Punkte: 3 — Anforderungsbereich: I

1.2

Die Exponentialfunktion fällt, weil der Exponent negativ ist. Ebenfalls fällt die Exponentialfunktion schneller als jedes Polynom, also auch schneller als $\frac{1}{x}$, daher kann man vermuten, dass die Funktion $BRDF(x)$ monoton fällt. (Alternativ kann man es auch mit den Ergebnissen aus 1.1 begründen.)

Punkte: 2 — Anforderungsbereich: II

Beh.: $BRDF(x)$ ist monton fallend

Bew.: Ohne Beschränkung der Allgemeinheit kann man zeigen:

$$BRDF(n+1) \leq BRDF(n) \text{ für alle } n \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(n+1)} \cdot e^{\frac{-1}{10}\cdot(n+1)} + 0{,}0001 \leq \frac{1}{n} \cdot e^{\frac{-1}{10}\cdot(n+1)} + 0{,}0001$$

Punkte: 2

$$\Rightarrow \frac{1}{(n+1)} \cdot e^{\frac{-1}{10}\cdot(n+1)} \leq \frac{1}{n} \cdot e^{\frac{-1}{10}\cdot(n)}$$

$$\Rightarrow \frac{e^{\frac{-1}{10}\cdot(n+1)}}{e^{\frac{-1}{10}\cdot(n)}} \leq \frac{(n+1)}{n}$$

Anforderungsbereich: II

$$\Rightarrow e^{\frac{-1}{10}\cdot(n+1) - \frac{-1}{10}\cdot(n)} \leq \frac{(n+1)}{n}$$

$$\Rightarrow e^{\frac{-1}{10}} \leq \frac{(n+1)}{n} \qquad \Rightarrow 0{,}9048 \leq \frac{(n+1)}{n}$$

Punkte: 3

Schlussfolgerung: Diese Aussage ist wahr, weil $\frac{(n+1)}{n}$ immer größer 1 ist. Also ist $BRDF(x)$ monoton fallend.

Punkte: 3 — Anforderungsbereich: III

1.3

Mit dem Begriff untere Schranke ist gemeint, dass es einen Wert gibt, den die Funktion niemals unterschreitet. Beispielsweise ist gilt BRDF(x) hat als untere Schranke 0, weil für positive x der Term $\frac{1}{x} \cdot e^{\frac{-1}{10}\cdot x}$ niemals 0 wird. Aber $BRDF(40) = 0{,}0005 < S_u$ und daher ist S_u keine untere Schranke.

Punkte: 4 — Anforderungsbereich: II

	Punkte	Anfordrgs. - Bereich:
1.4 Bestimme zunächst die Ableitung: $MLARC'(x)=2(x-5)^3-\frac{17}{2}(x-5)+1$	3	I
<u>notwendige Bedingung:</u> $MLARC'(x)=0$ Das ist ein Polynom 3.Grades und eine Nullstelle $x_0=7$ ist bekannt. Also folgt mit **Polynomdivision**: $MLARC'(x)=(x-7)\cdot(2x^2-16x+\frac{59}{2})$ Nullstellen des 2. Faktors: $2x^2-16x+\frac{59}{2}=0$ $\Rightarrow$ $x_1=5{,}12\ und\ x_2=2{,}88$ und $x_0=7$ als mögliche Extrema	5	II
<u>hinreichende Bedingung mit Vorzeichenwechselkriterium:</u> $MLARC'(2{,}78)<0$, $MLARC'(2{,}98)>0$ $\Rightarrow$ bei $x_2=2{,}88$ liegt ein Minimum vor. $MLARC'(5{,}02)>0$, $MLARC'(5{,}22)<0$ $\Rightarrow$ bei $x_1=5{,}12$ liegt ein Maximum vor.. $MLARC'(6{,}9)<0$, $MLARC'(7{,}1)>0$ $\Rightarrow$ bei $x_0=7$ liegt ein Minimum vor.	3	II
Die Reflektanz liegt dann bei $x_2=2{,}88$ bei $MLARC(2{,}88)=0{,}879$ Die Reflektanz liegt dann bei $x_1=5{,}12$ bei $MLARC(5{,}12)=12{,}06$ Die Reflektanz liegt dann bei $x_0=7$ bei $MLARC(7)=5$	2	
1.5 Für beliebig große Wellenlänge muss man eine Grenzwert-Betrachtung machen: $\lim_{x\to\infty}(\frac{1}{2}(x-5)^4-\frac{17}{4}(x-5)^2+(x-5)+12) =$ $\lim_{x\to\infty}((x-5)^4\cdot(\frac{1}{2}-\frac{17}{4(x-5)^2}+\frac{1}{(x-5)^3}+\frac{12}{(x-5)^4})) =$ $=\infty\cdot(\frac{1}{2}-0+0+0) = \infty$, also steigt der Reflexiongrad unendlich.	3 $\sum_1 =33$	II

	Punkte	Anfordrgs. - Bereich:

2. Aufgabe

2.1

Die Geräuschentwicklung nimmt nicht weiter zu, weil der aktive Lüfter drehzahlbegrenzt ist und damit dass einzige mechanische Bauteil auf der Grafikkarte nicht mehr Geräusche erzeugen kann. — 4 — III

Hinweis an den Korrektor:
Durch die offene Fragestellung sind auch andere sinnvolle Schülerantworten möglich und falls nachvollziehbar begründet auch als richtig zu werten.

2.2

Bei der Interpolation sollen die einzelnen Messwerte durch Geraden interpoliert werden. Dazu müssen die Geraden durch jeweils zwei aufeinanderfolgenden Messwerte gebildet werden.

$f_1(x)=m_1 x+b_1 \quad , \quad f_2(x)=m_2 x+b_2$

Die ersten drei Messwerte verändern sich proportional, daher lässt sich begründen, warum zwischen 1,0V und 1,2V eine einzige Gerade läuft — I

(Alternativ kann jedoch die Gerade zweimal bestimmt werden)

$\Rightarrow \quad f_1(x)=200\text{x}-200$ — 3

Für die Interpolation zwischen 1,2V und 1,3V wird die Steigung m_1 und anschließend der y-Achsenabschnitt b_2 bestimmt:

$$m_1 = \frac{75-40}{1{,}3-1{,}2} = 350 \quad \text{und} \quad b_2=-m_1\cdot 1{,}2+40=-340$$ — 3 — I

$\Rightarrow f_2(x)=350\text{x}-340$

Damit ergibt sich für die abschnittsweise definierte Funktion

$$f(x)=\begin{cases} 200\cdot x-200 & , \ 1\le x \ \ und \ \ x<1{,}2 \\ 350\cdot x-340 & , \ 1{,}2\le x \ \ und \ \ x\le 1{,}3 \end{cases}$$ — 3 — II

(Alternativ sind auch drei Abschnitte sinnvoll begründbar)

Punkte: | Anfordrgs. - Bereich:

2.3

Die benötigte Funktionsgleichung $f(x)$ ergibt sich durch Aufstellen eines Linearen Gleichungssystems:

$$I.\ P_1(1{,}2/40) \Rightarrow f(1{,}2)=40 \Rightarrow a(1{,}2)^2+b(1{,}2)+c=40$$

$$II.\ P_2(1{,}3/75) \Rightarrow f(1{,}3)=75 \Rightarrow a(1{,}3)^2+b(1{,}3)+c=75$$

$$III.\ P_3(1{,}4/260) \Rightarrow f(1{,}4)=260 \Rightarrow a(1{,}4)^2+b(1{,}4)+c=260$$

3 | I

Damit ergibt sich ein LGS(3):

$$\begin{array}{ll} I. & 1{,}44a+1{,}2b+1c = 40 \\ II. & 1{,}69a+1{,}3b+1c = 75 \\ III. & 1{,}96a+1{,}4b+1c = 260 \end{array}$$

mit Hilfe des Determinanten Verfahrens können die Werte für a, b und d bestimmt werden.

$$D = \begin{vmatrix} 1{,}44 & 1{,}2 & 1 \\ 1{,}69 & 1{,}3 & 1 \\ 1{,}96 & 1{,}4 & 1 \end{vmatrix} = -0{,}002$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} \frac{-9}{2} & 20 & 1 \\ \frac{-39}{8} & 25 & 1 \\ -5 & 30 & 1 \end{vmatrix} = -15$$

II

$$D_2 = 36{,}8 \quad , \quad D_3 = -22{,}64$$

5

$$a=\frac{D_1}{D}=7500 \quad , \quad b=\frac{D_2}{D}=-18400 \quad , \quad c=\frac{D_3}{D}=11320$$

Damit lautet Funktionsgleichung: $f_4(x)=7500x^2-18400x+11320$

1

2.4

Die mittlere Geräuschentwicklungentwicklung kann bestimmt werden über:

$$\frac{1}{(1{,}4-1{,}2)}\cdot\int_{1{,}2}^{1{,}4} f(x)\,dx=(5)\cdot\int_{1{,}2}^{1{,}4} 7500\mathrm{x}^2-18400\mathrm{x}+11320\,dx=$$

$$(5)\cdot\left[2500x^3-9200\mathrm{x}^2+11320\mathrm{x}\right]_{1{,}2}^{1{,}4}=5\cdot 20=100$$

4 | II

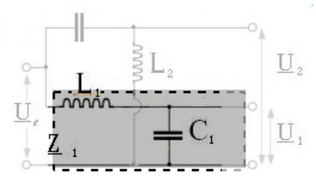
Alternativ mit g(x) ergibt sich:

$$\frac{1}{(1{,}4-1{,}2)}\cdot\int_{1{,}2}^{1{,}4} g(x)\,dx=5\cdot\left[2000x^3-8000\mathrm{x}^2+12000\mathrm{x}\right]_{1{,}2}^{1{,}4}=54{,}4$$

Also beträgt die mittlere Zunahme 100,00 % (alternativ: 54,4 %)

1

	Punkte:	Anfordrgs. - Bereich:
2.5		
Untersuche $x_0=\frac{13}{10}$ <u>auf linksseitigen Limes:</u>		
$x_n=x_0-\frac{1}{n}=\frac{13}{10}-\frac{1}{n}$	1	II
einsetzen in die Funktionsgleichung liefert: $\lim\limits_{n\to\infty}\left(83x_n-83\right) = \lim\limits_{n\to\infty}\left(83(\frac{13}{10}-\frac{1}{n})-83\right) = \lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{249}{10}-\frac{83}{n}\right) = 24{,}9$	2	III
Untersuche $x_0=\frac{13}{10}$ <u>auf rechtsseitigen Limes:</u>		
$x_n=x_0+\frac{1}{n}=\frac{13}{10}+\frac{1}{n}$	1	II
einsetzen in die Funktionsgleichung liefert: $\lim\limits_{n\to\infty}\left(250x_n-300{,}1\right) = 24{,}9$	2	III
dann wird noch der Wert selber überprüft: $f(x_0)=f(\frac{13}{10})=250\cdot\frac{13}{10}-\frac{3001}{10} = 24{,}9$		II
Also ist die Funktion stetig bei $x_0=\frac{13}{10}$	1	
2.6		
Differenzierbarkeit bedeutet, dass der Übergang zwischen zwei Funktionen an einer Stelle nicht nur stetig ist, sondern dass die Funktionen „glatt“ ineinander übergehen. Das bedeutet, dass die Steigung von links und von rechts an der betreffenden Stelle x_0 gleich sein muss.	3	III
Bei der Funktion aus 2.4 handelt es sich bei $x_0=1{,}3$ aber um den Übergang von zwei Geraden mit unterschiedlicher Steigung, deswegen kann die Funktion dort nicht differenzierbar sein.	3	
Hinweis an den Korrektor: Durch die offene Fragestellung sind auch andere sinnvolle Schülerantworten möglich und falls nachvollziehbar begründet auch als richtig zu werten.	$\sum_2 =40$	

## 3. Aufgabe	Punkte	Anfordrgs. - Bereich:
3.1		
Gesucht sind die Scheinwiderstände. Da $L_1 = L_2$, kann man		
$X_{L_1} = X_{L_2} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 18\,kHz \cdot 0{,}002\,H \approx 226{,}19\,\Omega$	4	I
direkt berechnen. Für C_1 ergibt sich:		
$X_{C_1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 18\,kHz \cdot 0{,}000000001\,F} \approx 8841{,}94\,\Omega$	3	
3.2		
Gesucht ist $\underline{Z}_1$. Dieser Widerstand muss mit Hilfe der Ersatzschaltbilder berechnet werden. Daher wird folgender Teil der Schaltung berechnet:		
 $\underline{Z}_1 = j \cdot X_{L_1} - j \cdot X_{C_1} = 0 - j \cdot 8615{,}75\,\Omega$	4	III
Man sollte einen Hochtöner anschließen, weil der Scheinwiderstand bei C_1 höher ist.	3	
3.3		
Gesucht ist $\underline{I}$, also mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes:		
$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} = \frac{5\,V\,e^{j0}}{8615{,}75\,\Omega\,e^{j-90°}} = 0{,}0005\,A\,e^{j90°}$	2	II
Diese komplexe Zahl hat die folgenden Darstellungsformen:		
Exponentialform:		
$\underline{I} = 0{,}0005\,A e^{j90°}$	3	I
trigonometrische Form:		
$\underline{I} = 0{,}0005\,A \cdot (\cos(90°) + j \cdot \sin(90°))$	3	
Koordinatenform:		
$\underline{I} = 0\,A + j \cdot 0{,}0005\,A$	3	

	Punkte:	Anfordrgs. - Bereich:
3.4		
Die Phasenverschiebung beträgt 90°, weil $\underline{U}_e = 5V\,e^{j0°}$ und $\underline{I} = 0{,}0005\,Ae^{j90°}$	2	I
3.5		
Die Spannung bei $\underline{U}_2$ kann man bspw. mit Hilfe des Stroms im oberen Ast berechnen.		
Weil es eine Parallelschaltung ist, ist der Strom $\underline{U}_e$ in beiden Ästen gleich:	3	
$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} = \frac{5\,V\,e^{j0}}{315{,}54\,\Omega\,e^{j45°}} = 0{,}015\,Ae^{-j45°}$	2	III
Jetzt kann mit dem schon berechneten die Spannung ausgerechnet werden: $\underline{U}_2 = \underline{I}\cdot\underline{X}_{L_2} = 0{,}015\,A\,e^{-j45°}\cdot 226{,}19\,\Omega\,e^{j90°} = 3{,}5V\,e^{j45°}$	2	
	$\sum_3 = 34$	

Konkrete auf die Aufgabenstellung bezogene unterrichtliche Voraussetzungen:

Aufgaben Nr:	*Didaktische Jahresplanung (lfd. Nr)*	*Themenbereiche*
1	Unterstufe: 3-4, 28-31, 34-35 Mittelstufe: 43-45, 49-50, 55-56, 59, 66 Oberstufe: 73, 82	Zahlenfolgen, Bildungsgesetze, Grenzwerte, Aufstellen und Beweisen von Behauptungen, Schranken, Monotonie, Exponentialfunktion, ganz-rationale Funktionen, Extremwerte, Ableitungen Anwendung: Wachstumsprozesse, Interpretation von Zusammenhänge, Abschätzungen
2	Unterstufe: 12, 14, 18-20 Mittelstufe: 38-39, 61-62, 65, Oberstufe: 69, 72, 77, 87-90	Interpretation grafischer Darstellungen, abschnittsw. def. Fktn, Lineare Gleichungssysteme, Stetigkeit, Differenzierbarkeit, Integralrechnung Anwendung: Physikalische Anwendungen, informationstechnische Anwendungen (Splines), Weg-Zeit-Diagramme, Mittlere Abweichung
3	Oberstufe: 91-102	Komplexe Zahlen, Koordinatenform, trigonometrische Form, Exponentialform, Umrechnungen zwischen drei Darstellungsformen. Anwendung: Analoge passive Filter, Kennlinien

Bewertungskriterien:

Die Gewichtung der Aufgabenteile wird durch die in den Lösungen angebenen Punkteverteilungen angegeben.
Eine Aufgabe gilt als gelöst, wenn der Lösungsweg und das Ergebnis richtig sind.
Der Lösungsweg muss eindeutig, nachvollziehbar und in lesbarer Form sein.
Wenn der Ansatz nicht korrekt ist und aus diesem Grund ein anderes, aber nicht der Aufgabenstellung entsprechendes Ergebnis erreicht wird, wird die Lösung als falsch gewertet.
Es erfolgt ein Punktabzug, wenn der Ansatz unvollständig bzw. der Lösungsweg lückenhaft ist.
Unterläuft dem Schüler bei richtigem Lösungsweg ein Rechenfehler, so wird nur dieser mit einem Punktabzug belegt. Fehlerhafte Ergebnisse, die sich bei richtiger Rechnung aus einem vorherigen Rechenfehler ergeben, werden als Folgefehler behandelt und nicht zusätzlich mit Punktabzug belegt.
Wenn der Lösungsweg falsch und das Ergebnis zufällig richtig ist, so wird die Lösung als falsch bewertet.
Zeichnungen von Kurven in einem Koordinatensystem werden mit Bleistift gezeichnet. Bei Zeichnungen mit einem anderen Schreibgerät wird die Zeichnung als falsch bewertet.

Die Benotung der schriftlichen Arbeit erfolgt mit dem unten angegebenen Verteilungsschlüssel:

Erreichte Prozentzahl	*Note*
100-90	sehr gut
89-75	gut
74-60	befriedigend
59-45	ausreichend
30-44	mangelhaft
0-29	ungenügend